Calcolo dei parametri fondamentali delle nane bianche evolute; nuovo metodo per la stima della massa.

Diego Barucco

Esponiamo questo breve scritto come un provvisorio memorandum per esporre il risultato di alcune considerazioni preliminari in via di verifica.
Per l'applicazione delle formule e per i calcoli, si consiglia l'uso di un foglio elettronico di calcolo quale Exel o Statistica.

Le nane bianche sono corpi luminosi che si trovano nella parte bassa del diagramma HR per cui possiedono temperature elevate e magnitudini assolute molto basse tale condizione è sintomo di dimensioni molto piccole e densità elevate. Inoltre più le dimensioni sono piccole più la massa è elevata.

Conoscendo la temperatura effettiva **T*eff*** basata su dati spettrali e la magnitudine assoluta **Mv,** possiamo ricavare la luminosità intrinseca della stella.
La funzione di correzione bolometrica che utilizziamo è una funzione polinomiale di quinto grado da noi ricavata dall'unione dei dati empirici di Flower (1992) e di Schönberner (1981):

$$\mathbf{CB = \mathit{a} + \mathit{b}*\log(T\mathit{eff}) + \mathit{c}*\log(T\mathit{eff})^2 + \mathit{d}*\log(T\mathit{eff})^3 + \mathit{e}*\log(T\mathit{eff})^4 + \mathit{f}*\log(T\mathit{eff})^5}$$

I valori dei coefficienti:

a = -9140,4501
b = 10534,3771
c = -4844,4207
d = 1111,525
e = -127,2926
f = 5,8167

E' possible ora ricavare la magnitudine bolometrica dalla relazione:

$$\mathbf{MB = Mv + CB}$$

Da cui ricaviamo la luminosità effettiva della nana bianca:

$$\mathbf{\log(L/Lo) = (4{,}72 - MB) / 2{,}5}$$

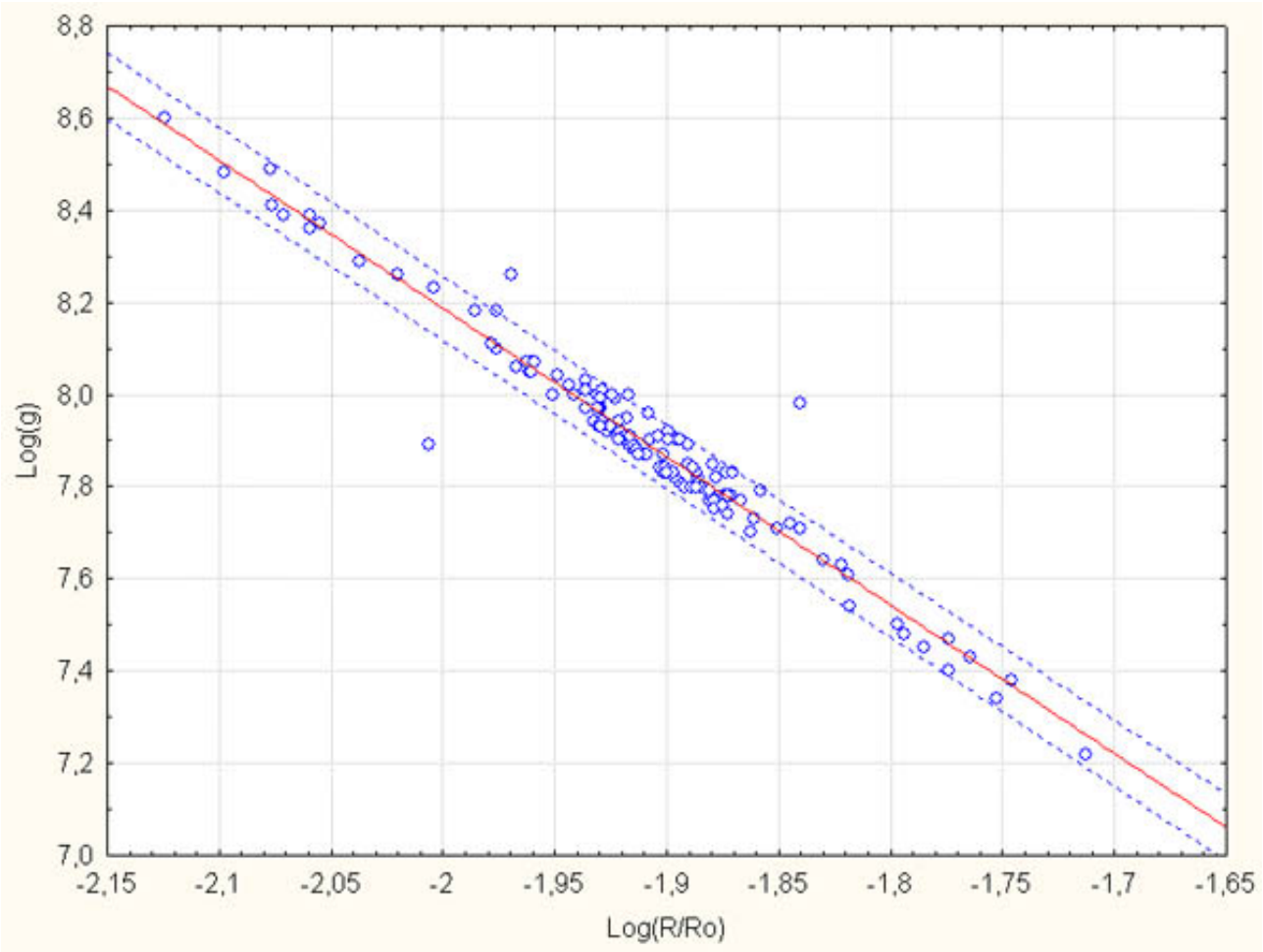
La temperatura, la luminosità e il raggio sono variabili dipendenti fra di loro, se consideriamo l'emissione di corpo nero, la relazione del raggio è:

$$\mathbf{\log(R/Ro) = [\log(L/Lo) - 4*\log(T/To)] / 2}$$

Per il calcolo della massa si usa invece la relazione:

$$\mathbf{\log(M/Mo) = \log(\mathit{g}) + 2*\log(R/Ro) - 4{,}44}$$

Vediamo infatti che il valore della massa è legato sia al raggio che al valore di gravità superficiale. Il valore di *g* è solitamente ottenuto per mezzo di misure spettrali. Poiché noi astrofili siamo impossibilitati nell'ottenere tali misurazioni, è possibile partire da una base di dati sperimentali poter comunque ottenere una stima della gravità superficiale della nana che stiamo studiando.
Ci siamo serviti dei valori di massa, di gravità superficie e tempertatura dell'elenco di nane bianche di tipo DA pubblicate da Bergeron *et al.* (1992)
In base a tali dati abbiamo calcolato il valore dei raggi stellari che come si vede dal grafico qui sotto si trovano in relazione lineare fra questi e i valori di gravità superficiale.



Otteniamo che la correlazione lineare fra il raggio e la gravità superficiale è:

$$\log(g) = 1{,}7492 - 3{,}2186 * \log(R/Ro)$$

Ma il valore calcolato di log(*g*) va successivamente corretto tramite la seguente polinomiale di 4° grado:

$$Cg = a + b*\log(g) + c*\log(g)^2 + d*\log(g)^3 + e*\log(g)^4$$

I valori dei coefficienti:

a = 37,8659
b = -32,1572

c = -8,8925
d = -0,964
e = 0,0371

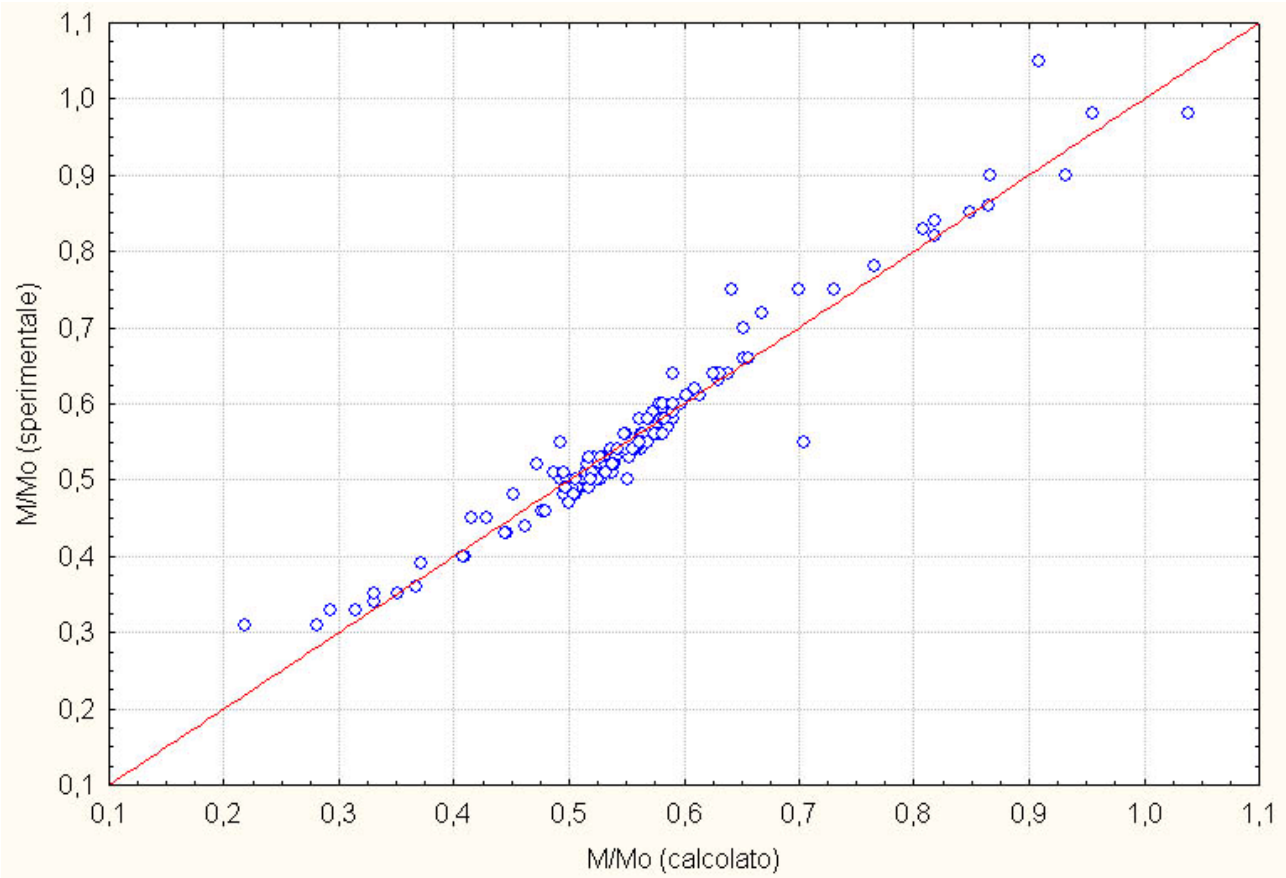
Otterremo quindi una relazione:

log(M/Mo) = Cg + 2*log(R/Ro) – 4,44

In base al rapporto della massa calcolata rispetto ai valori di log(*g*) sperimentale esiste una discrepanza lineare. Va quindi effettuata una ulteriore correzione sul dato sperimentale quindi la massa effettiva della nana bianca diventa:

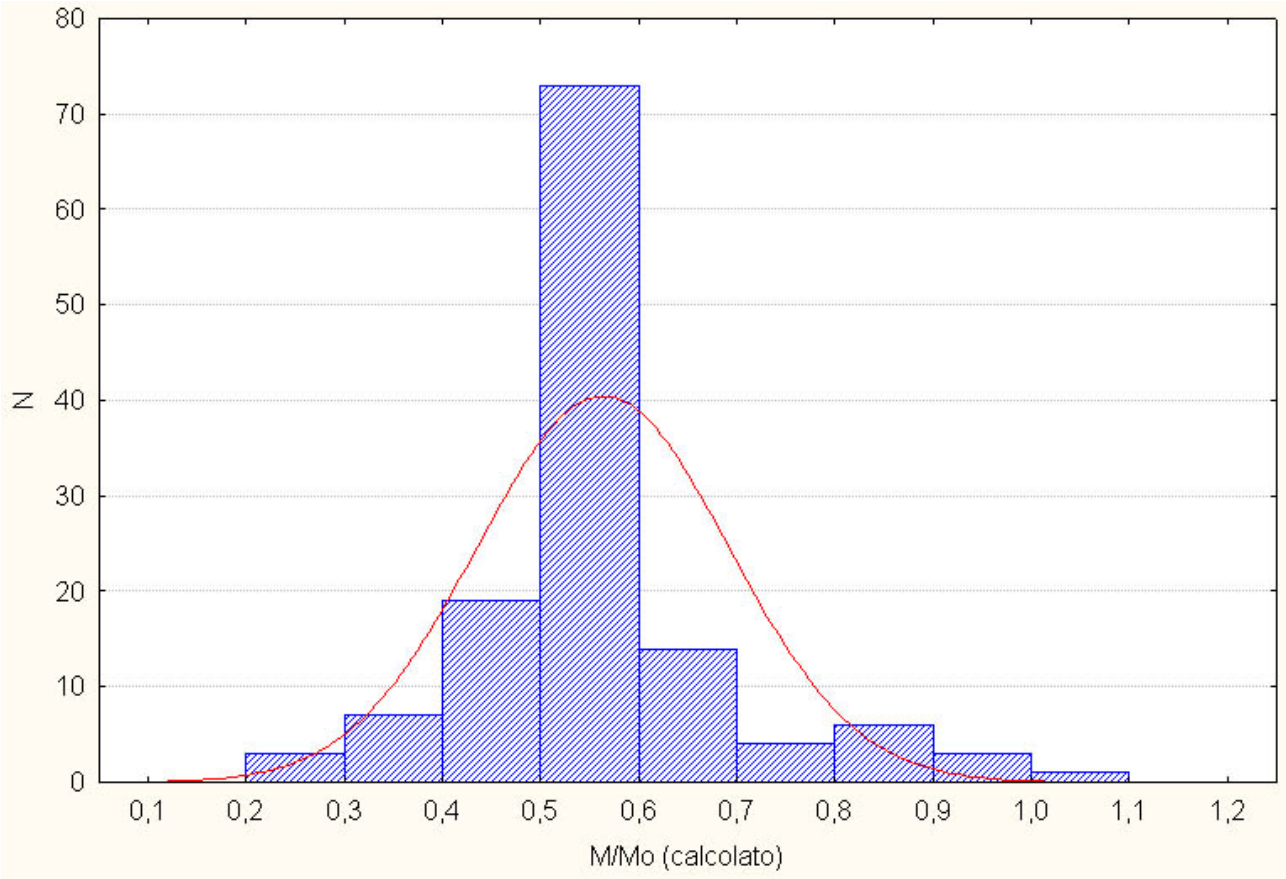
Mnb = 0,0587 + 0,8504*(M/Mo)

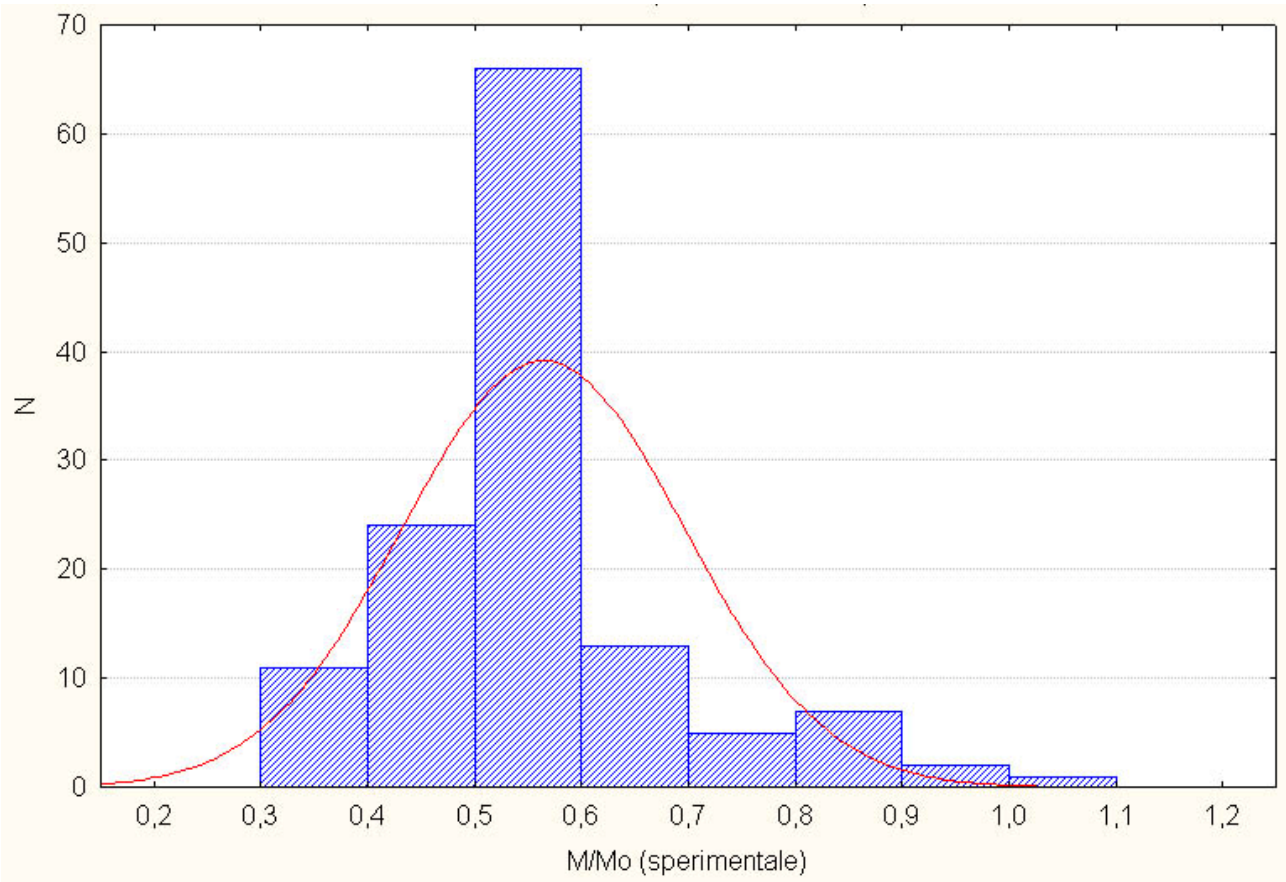
Sulla base di queste considerazioni otteniamo valori di massa con una buona correlazione rispetto al dato sperimentale. Tale correlazione è espressa dal seguente grafico:



Vediamo che tra il valore di massa calcolato e quello sperimentale esiste una buona correlazione che si traduce con un errore di calcolo pari a 0,03 M/Mo.
Tuttavia per masse inferiori a 0,5 Mo e superiori a 1 Mo si riscontra una maggiore incertezza e un maggiore scarto dell'errore.

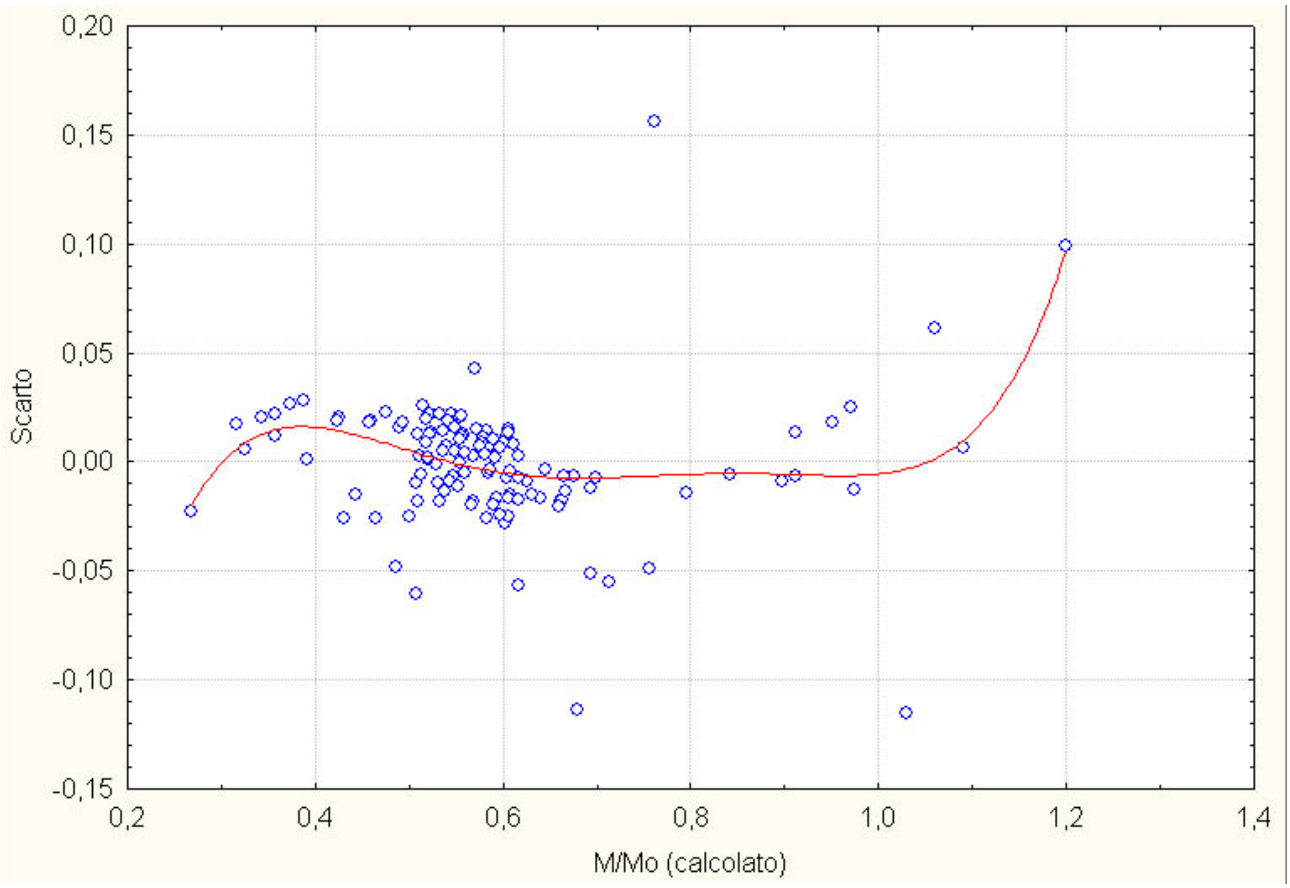
Mostriamo qui la differenza di popolazioni fra il valore delle masse sperimentali e quello calcolato:


80
70
60
50
40
30
20
10
0
N
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
1,1
1,2
M/Mo (calcolato)


70
60
50
40
30
20
10
0
N
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
1,1
1,2
M/Mo (sperimentale)

Ciò mostra un'incertezza del nostro metodo per quanto riguarda masse inferiori alle 0,5. Tale mancanza potrà essere colmata per mezzo di ulteriori misurazioni sperimentali comprese in questo intervallo.

Ecco il grafico dello scarto residuale fra il valore sperimentale e quello calcolato:



Come si vede lo scarto è basso e costante per masse comprese fra 0,5 e 1 Mo.
Per valori inferiori a 0,5 Mo possiamo effettuare una correzione che ha solo un moderato effetto sulla massa trovata.

La funzione dello scarto sarà data da:

$$\mathbf{SC} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}*(\mathbf{Mnb}) + \boldsymbol{c}*(\mathbf{Mnb})^2 + \boldsymbol{d}*(\mathbf{Mnb})^3 + \boldsymbol{e}*(\mathbf{Mnb})^4 + \boldsymbol{f}*(\mathbf{Mnb})^5$$

I valori degl'indici

a = -1
b = 8,4054
c = 26,3856
d = 39,3253
e = 28,1891
f = 7,8384

Trovato lo scarto, basta sottrarlo alla massa trovata in precedenza:

$$\mathbf{M_{corr.}} = \mathbf{Mnb} - \mathbf{SC}$$

Esempi:

Procione B:

Valore sperimentale: 0,98 M/Mo
Valore calcolato ; 0,98 ± 0,03 M/Mo

Sirio B:

Valore sperimentale: 1,05 M/Mo
Valore calcolato: 0,93 ± 0,03 M/Mo
(la differenza dei due valori potrebbe mettere in rilievo proprietà intrinseche)

40 Eri B:

Valore sperimentale: 0,55 M/Mo
Valore calcolato: 0,54 ± 0,03 M/Mo

Stima della massa della stella progenitrice

Grazie alla relazione esponenziale di Wood (1992) è possibile fornire una stima verosimile della massa del progenitore:

Ms = ln(Mnb/A)*B

Dove i termini A e B devono essere scelti in base alla massa della nana bianca che stiamo considerando; secondo le nostre stime gli intervalli devono essere considerati in questo modo:

Mnb < 0,5	A = 0,49	B = 0,098
0,5 < Mnb < 0,6	A = 0,45	B = 0,110
0,6 < Mnb < 0,8	A = 0,40	B = 0,125
Mnb > 0,8	A = 0,35	B = 0,140

Esempi:

Per la 40 Eri B che ha una massa calcolata di 0,54 Mo si stima una massa per la stella progenitriche compresa fra le 2 e le 3 Mo

Per Procione e Sirio B si stima invece masse piuttosto elevate comprese fra le 7 e le 7,5 masse solari.